

DOI 10.33099/2618-1614-2019-7-2-39-43

УДК 629.735.33.015.4:533.6.013.422:629.7.025.1

**О. В. Сафронов,***доктор технічних наук, професор, старший науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, заслужений діяч науки і техніки України,***Б. Й. Семон,***доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняховського,***О. М. Неділько,***кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняховського*

## Метод оцінювання зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера

*У статті на базі сумісного аналізу рівнянь Бернуллі для стисненого газу і закономірностей зміни параметрів надзвукового потоку в течії Прандтля – Майєра запропоновано наближений метод оцінювання зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера.*

*Ключові слова: трансзвуковий флатер, аеродинамічний профіль, аеродинамічна поверхня керування, стрибки ущільнення, число  $M$ , тиск місцевого надзвукового потоку.*

© О. В. Сафронов, Б. Й. Семон, О. М. Неділько, 2019

**П**остановка проблеми. Оцінювання характеристик аеродинамічних поверхонь у трансзвуковому потоці повітря теоретичними методами залишається актуальною науковою проблемою, яку необхідно розв'язувати під час удосконалення методів дослідження аеропружних характеристик надзвукових літаків та аерокосмічних систем на трансзвукових швидкостях польоту.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** Цій проблемі присвячені публікації [1, 2], які базуються як на результатах лабораторних досліджень, так і на результатах теоретичних досліджень.

Труднощі розв'язання проблеми зумовлені необхідністю врахування впливу стиснення повітря на зміну характеристик аеродинамічних профілів надзвукових літаків у трансзвуковому діапазоні швидкостей польоту. У деяких працях вплив стиснення повітря на зміну характеристик аеродинамічних профілів здійснюється за допомогою різноманітних поправок.

Так, у праці [3] оцінювання величини коефіцієнта тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю в трансзвуковому діапазоні швидкостей польоту здійснюється за допомогою поправки Прандтля – Глауєрта:

$$C_{pc} = \frac{P_1 - P_\infty}{q} = \frac{C_p}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}, \quad (1)$$

де  $C_{pc}$  – коефіцієнт тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю з урахуванням стиснення повітря;

$P_1$  – тиск місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю з урахуванням стиснення повітря;

$P_\infty$  – тиск незбудженого потоку повітря;

$q$  – швидкісний напір незбудженого потоку повітря;

$C_p$  – коефіцієнт тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю без урахування стиснення повітря;

$M_\infty$  – число  $M$  незбудженого потоку повітря.

З аналізу рівняння (1) випливає, що при числах  $M$  незбудженого потоку повітря, близьких до  $M_\infty \approx 1,0$ , похибка оцінювання коефіцієнта тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю з урахуванням стиснення повітря за допомогою цих поправок може бути дуже великою навіть для інженерних наближених оцінок.

Додаткові труднощі при оцінюванні характеристик аеродинамічних поверхонь надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту виникають у разі формування стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю, вплив яких поправками (1) не може бути визначений.

**Мета статті** – розробити наближені методи оцінювання зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера.

**Виклад основного матеріалу.** У статті для оцінювання характеристик аеродинамічних профілів надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту пропонується підхід, який базується на сумісному аналізі рівнянь Бернуллі для стисненого газу і закономірностей зміни параметрів надзвукового потоку в течії Прандтля – Майєра [4].

Можливість такого підходу можна обґрунтувати тим, що обтікання дифузornoї частини аеродинамічного профілю місцевим надзвуковим потоком до стрибка ущільнення можна уявити течією надзвукового потоку навколо тупого кута, тобто уявити течією Прандтля – Майєра, в якій швидкість місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю збільшується зі збільшенням кута його відхилення.

З метою спрощення використання даних таблиць зміни параметрів надзвукового потоку в течії Прандтля – Майєра для їх оцінювання в праці [4] запропонована така наближена залежність:

$$\delta^\circ \approx 7,6 (\lambda_2^3 - \lambda_1^3), \quad (2)$$

де  $\delta^\circ$  – кут відхилення надзвукового потоку;  
 $\lambda_1$  – початкова приведена швидкість надзвукового потоку;  
 $\lambda_2$  – приведена швидкість надзвукового потоку після відхилення на кут  $\delta^\circ$ .

Нагадаємо, що приведена швидкість надзвукового потоку в течії Прандтля – Майєра визначається відношенням [7]

$$\lambda = \frac{V}{a_{кр}}, \quad (3)$$

де  $V$  – швидкість надзвукового потоку;  
 $a_{кр}$  – критична швидкість звуку.

Але використання апроксимації (2) для оцінювання характеристик аеродинамічних профілів на трансзвукових швидкостях польоту також веде до значних похибок.

Значно більшу точність зміни параметрів у течії Прандтля – Майєра в цьому діапазоні чисел  $M$  дає апроксимація у вигляді [5]:

$$M_1 \approx \sqrt[3]{M_0 + 11,5 \varphi(x)}, \quad (4)$$

де  $M_1$  – число  $M$  надзвукового потоку після відхилення на кут  $\varphi(x)$ ;  
 $M_0$  – число  $M$  надзвукового потоку до відхилення на кут  $\varphi(x)$ ;  
 $\varphi(x)$  – кут відхилення надзвукового потоку в дифузornoї частині аеродинамічного профілю.

Залежність (4) для нашого випадку можна спростити шляхом використання теореми Гюгоніо [3]:

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dF}{F}, \quad (5)$$

де  $M$  – число  $M$  надзвукового або дозвукового потоку газу;  
 $V$  – швидкість надзвукового або дозвукового потоку газу;  
 $F$  – площа перетину трубки току газу або площа перетину сопла.

З аналізу рівняння (5) випливає, що швидкість дозвукового потоку збільшується, якщо зменшується площа перетину трубки току газу або площа перетину сопла. А швидкість надзвукового потоку збільшується, якщо площа перетину трубки току газу або площа перетину сопла збільшується. Тобто в конфузornoї частині аеродинамічного профілю число  $M$  не може перевищувати  $M_0 = 1,0$  і залишається незмінним при збільшенні швидкості незбудженого потоку повітря навіть до числа  $M_\infty = 1,0$ .

Оскільки адиабатичне розширення надзвукового потоку в дифузornoї частині аеродинамічного профілю, як слідує з рівняння (5), починається із числа  $M_0 = 1,0$ , то залежність (4) можна подати у вигляді, запропонованому в праці [5]:

$$M_1 \approx \sqrt[3]{1 + 11,5 \varphi(x)}, \quad (6)$$

Апроксимація залежності  $M_1 = f(\varphi)$  у вигляді функції (6) має значно меншу похибку, ніж залежність (2). Так, при  $f(\varphi) \leq 10^\circ$  похибка визначення числа  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю не перевищує 1,0%. Така похибка значно менша за похибки обробки експериментальних даних, точність яких не перевищує 5,0% [6].

Залежність (6) визначає геометричне обмеження числа  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю. Справді, якщо дифузornoї частина аеродинамічного профілю являє собою плоску пластину, тобто  $f(\varphi) = 0^\circ$ , то число  $M_1 = 1,0$  навіть при прискоренні незбудженого потоку до числа  $M_\infty = 1,0$ .

Кут відхилення надзвукового потоку в залежності (6) визначається геометричними характеристиками дифузornoї частини профілю. Для наближеного інженерного оцінювання характеристик типових аеродинамічних профілів надзвукових літаків кут відхилення можна визначати параболою виду

$$\varphi(x) \approx \varphi_0 \frac{x_c}{b_1}, \quad (7)$$

де  $\varphi_0$  – максимальний кут нахилу дотичної до поверхні дифузornoї частини профілю або максимальний кут відхилення місцевого надзвукового потоку в дифузornoї частині аеродинамічного профілю;  
 $x_c$  – відстань перетину розташування стрибків ущільнення від перетину максимальної товщини профілю;  
 $b_1$  – відстань перетину максимальної товщини профілю до його задньої кромки.

Адиабатичне обмеження числа  $M_1$  зумовлене максимально можливим розширенням місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю та визначається наближеною залежністю, яка отримана в праці [5]:

$$M_1 - 1 \approx 2 (M_\infty - M_{кр}), \quad (8)$$

де  $M_{кр}$  – критичне число  $M$  аеродинамічного профілю.

Критичне число  $M$  тонких аеродинамічних профілів, розташованих у потоці повітря під нульовим кутом атаки, можна приблизно визначати на підставі результатів

лабораторних досліджень [6, 7] або з рівняння, запропонованого в праці [8]:

$$M_{кр} \approx 1 - 0,7\sqrt{\bar{\tau} \cos \chi}, \quad (9)$$

де  $\bar{\tau}$  – відносна товщина аеродинамічного профілю, тобто відношення максимальної товщини профілю до його хорди;  $\chi$  – кут стрілоподібності аеродинамічного профілю.

Характер зміни тиску місцевого надзвукового потоку за хордою профілю аеродинамічної поверхні керування можна уявити на підставі аналізу рівняння Бернуллі для стисненого газу [4]. Ураховуючи, що розширення місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю починається з критичної величини тиску, рівняння Бернуллі для стисненого газу можна подати у вигляді

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_\infty} = \left( \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{кр}^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} - (1 - \bar{P}_{кр}), \quad (10)$$

де  $\bar{P}_1$  – відносна величина тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю;

$P_1$  – величина тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю;

$P_\infty$  – величина тиску незбудженого дозвукового потоку повітря;

$k$  – показник адиабати (для повітря  $k = 1,405$ );

$\bar{P}_{кр}$  – відносна величина критичного тиску місцевого потоку на поверхні аеродинамічного профілю.

Рівняння (10) можна перетворити на рівняння

$$\bar{P}_{1\min} = 2\bar{P}_{кр} - 1, \quad (11)$$

де  $\bar{P}_{1\min}$  – мінімальна відносна величина тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю при повному адиабатичному розширенні, тобто при  $M_\infty = 1,0$ .

Перетворимо залежність (11) до виду

$$\Delta \bar{P}_{1\max} = 1 - \bar{P}_{1\min} = 2(1 - \bar{P}_{кр}) = 2\Delta \bar{P}_{кр}, \quad (12)$$

де  $\Delta \bar{P}_{1\max}$  – максимальна відносна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю при повному адиабатичному розширенні;

$\Delta \bar{P}_{кр}$  – відносна величина зміни критичного тиску місцевого потоку на поверхні аеродинамічного профілю.

Рівність (12) указує, що при повному адиабатичному розширенні місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю максимальна відносна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку вдвічі більша, ніж відносна величина зміни критичного тиску.

На підставі рівності (12) і результатів праць [9, 10], залежність величини зміни тиску місцевого надзвукового потоку за хордою аеродинамічного профілю від  $x_c = 0$  до перетину розташування стрибків ущільнення можна подати у вигляді, як це було запропоновано у праці [5]:

$$P(x) \approx \frac{1}{2} \Delta P_0 \left( 1 + \frac{x_c}{b_1} \right), \quad (13)$$

де  $\Delta P_0$  – максимальна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні сталого аеродинамічного профілю при таких числах  $M$  дозвукового потоку, коли стрибки ущільнення досягають задньої кромки профілю.

Величина  $\Delta P_0$  у рівнянні (13) може бути подана відомою наближеною залежністю [5]

$$\Delta P_0 \approx P_\infty (M_{10} - M_{\infty 0}), \quad (14)$$

де  $M_{10}$  – число  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні сталого аеродинамічного профілю, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки;

$M_{\infty 0}$  – число  $M$  незбудженого дозвукового потоку, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки сталого аеродинамічного профілю.

Число  $M_{10}$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю в рівнянні (14) можна визначити з рівняння, аналогічного рівнянню (6), тобто

$$M_{10} \approx \sqrt[3]{1 + 1,5\varphi_0}, \quad (15)$$

де  $\varphi_0$  – максимальний кут нахилу дотичної до поверхні дифузornoї частини профілю або максимальний кут відхилення місцевого надзвукового потоку в дифузornoї частині аеродинамічного профілю.

При виникненні трансзвукового флатера максимальний кут відхилення місцевого надзвукового потоку в дифузornoї частині аеродинамічного профілю зменшується (за рахунок коливань аеродинамічних поверхонь керування) до величин:

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{b_k}{V} \delta(t); \quad (16)$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 - \delta_0, \quad (17)$$

де  $b_k$  – хорда профілю аеродинамічної поверхні керування;

$\delta(t)$  – характер коливань аеродинамічної поверхні керування;

$\delta_0$  – амплітуда коливань аеродинамічної поверхні керування.

Обмеження (16) визначається умовами виникнення трансзвукового флатера. У праці [11] було доведено, що трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування виникає за умови

$$\delta(t) = \frac{\varphi_0 V}{b_1 + b_k}. \quad (18)$$

Підставляючи умову (18) у залежність (16), отримаємо кут відхилення місцевого надзвукового потоку в дифузornoї частині аеродинамічного профілю, при якому виникає трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування:

$$\varphi_{1\phi} = \varphi_0 \frac{b_1}{b_1 + b_k}. \quad (19)$$

З урахуванням умови (19), число  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю, при якому виникає трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування, можна подати залежністю, яка аналогічна залежності (15):

$$M_{1\phi} \approx \sqrt[3]{1 + 11,5 \varphi_0 \frac{b_1}{b_1 + b_k}}, \quad (20)$$

де  $M_{1\phi}$  – число  $M$  місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування, при якому виникає трансзвуковий флатер.

Як слідує з рівняння (14), для оцінювання величини зміни тиску на профілі аеродинамічної поверхні керування необхідно додатково визначити число  $M$  незбудженого дозвукового потоку повітря, при якому виникає трансзвуковий флатер.

Число  $M$  незбудженого дозвукового потоку повітря, при якому виникає трансзвуковий флатер, може бути визначене з умови адиабатичного обмеження місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю (8), яке в даному випадку має вигляд

$$M_{1\phi} - 1 \approx 2 (M_{\infty\phi} - M_{кр}), \quad (21)$$

де  $M_{\infty\phi}$  – число  $M$  незбудженого дозвукового потоку повітря, при якому виникає трансзвуковий флатер.

Тобто за відомих геометричних характеристик несучої аеродинамічної поверхні та аеродинамічної поверхні керування, визначених рівняннями (7) і (19), та враховуючи рівняння (9), (20) і (21), величину зміни тиску на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера можна визначити залежністю, аналогічною залежності (14), а саме:

$$\Delta P_{\phi} \approx P_{\infty} (M_{1\phi} - M_{\infty\phi}), \quad (22)$$

де  $\Delta P_{\phi}$  – величина зміни тиску на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера.

Розгляньмо обмеження (17), яке зумовлене кутівим відхиленням аеродинамічних поверхонь керування і визначається геометричними характеристиками аеродинамічного профілю та амплітудою коливань аеродинамічних поверхонь керування при виникненні трансзвукового флатера.

У даному випадку максимальне число  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю можна подати залежністю, аналогічною залежності (15):

$$M_1 \approx \sqrt[3]{1 + 11,5 (\varphi_0 - \delta_0)}, \quad (23)$$

А визначення величини зміни тиску на профілі аеродинамічної поверхні керування аналогічне визначенню величини зміни тиску при виникненні трансзвукового флатера, тобто згідно з умовою адиабатичного обмеження (8) і (21) та залежностей (9), (14) та (22), а саме:

$$\Delta P_2 \approx P_{\infty} (M_1 - M_{\infty\phi}). \quad (24)$$

Оцінювання похибки теоретичних методів визначення величини зміни тиску на профілі аеродинамічної поверхні керування здійснимо шляхом порівняння отриманих результатів з результатами експериментальних досліджень трансзвукового флатера, отриманими в льотних і лабораторних дослідженнях.

Так, у льотних дослідженнях надзвукового літака на висоті  $H = 6,0$  км спостерігалось виникнення інтенсивних коливань керма напрямку, тобто спостерігалось виникнення трансзвукового флатера аеродинамічної поверхні керування. При цьому амплітуда коливань поверхні керування  $\delta_0 = 1,1^\circ$ .

А величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку повітря на профілі аеродинамічної поверхні керування коливалась у межах  $\Delta P_{\phi} = 6865 \text{ Н/м}^2 - 8140 \text{ Н/м}^2$ .

Відносно отриманого в льотному експерименті діапазону зміни тиску місцевого надзвукового потоку повітря на профілі аеродинамічної поверхні керування нагадаємо таке.

У праці [3] відмічено, що: «Ударні хвилі не виникають в якійсь визначеній точці профілю, вони коливаються з великою частотою між двома можливими положеннями рівноваги».

А в праці [12], у якій викладені результати продувок моделей в аеродинамічних трубах, спостерігалось зменшення потужності стрибків ущільнення при їх переміщенні в бік задньої кромки профілю, тобто величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при цьому зменшувалась.

Ці особливості взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування враховані обмеженнями (16) і (17). А саме, обмеження (16) визначає умови, коли величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при виникненні трансзвукового флатера досягає максимального значення.

Обмеження (17) визначає умови, коли стрибки ущільнення при коливаннях аеродинамічної поверхні керування досягають задньої кромки профілю. При цьому величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування зменшується.

Тобто похибку визначення величини зміни тиску на профілі аеродинамічної поверхні керування доцільно оцінити як при умові (16), так і при умові (17).

Визначимо величину зміни тиску місцевого надзвукового потоку повітря на профілі аеродинамічної поверхні керування при умові (16).

Кількісну оцінку визначимо при вказаних вище умовах польоту надзвукового літака та при наступних конструкційних параметрах несучих аеродинамічних поверхонь і аеродинамічних поверхонь керування:

- тиск незбудженого потоку повітря на висоті польоту –  $P_{\infty} = 47160 \text{ Н/м}^2$ ;
- відношення –  $b_k/b_1 = 0,333$ ;
- відносна товщина профілю –  $\bar{t} = 0,047$ ;
- максимальний кут нахилу дотичної до поверхні дифузійної частини аеродинамічного профілю [7] –  $\varphi_0 \approx 0,85\bar{t} = 0,03995$ ;
- кут стрілоподібності аеродинамічного профілю –  $\chi = 50^\circ$ .

При прийнятих вхідних даних число  $M_{1\phi}$  у рівнянні (20) дорівнює

$$M_{1\phi} = 1,1035.$$

Критичне число  $M$  аеродинамічного профілю в рівнянні (9) при прийнятих вхідних даних дорівнює  $M_{кр} = 0,8783$ .

Число  $M$  незбудженого потоку повітря, при якому виникає флатер, визначається згідно з рівнянням (21) і при отриманих числах  $M_{1\phi}$ ,  $M_{кр}$  дорівнює  $M_{\infty\phi} = 0,93$ .

Величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування при прийнятих вхідних та отриманих даних визначається з рівняння (22) і дорівнює  $\Delta P \approx 8183 \text{ Н/м}^2$ .

Отримана величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування практично не відрізняється від максимальної величини зміни тиску, отриманої в льотному експерименті (похибка менша, ніж 1,0%).

Аналогічно можна визначити і величину зміни тиску місцевого надзвукового потоку повітря на профілі аеродинамічної поверхні керування при умові (17). Із цієї метою скористаємося залежностями (23) та (24).

При прийнятих вхідних даних з рівняння (23) отримуємо число  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю при максимальному кутовому відхиленні аеродинамічної поверхні керування, яке дорівнює  $M_1 = 1,074$ .

З рівняння (24) отримуємо величину зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі при максимальному кутовому відхиленні аеродинамічної поверхні керування, яке дорівнює  $\Delta P_2 \approx 6791 \text{ Н/м}^2$ .

Отримана величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування також практично не відрізняється від мінімальної величини зміни тиску, отриманої в льотному експерименті (похибка близько 1,0%).

**Висновок.** З порівняльного аналізу отриманих результатів випливає, що запропонований метод наближеного оцінювання величини зміни тиску місцевого надзвукового потоку на профілі аеродинамічної поверхні керування може бути рекомендований для попереднього наближеного оцінювання деяких характеристик транс-

звукового флатера аеродинамічних поверхонь надзвукових літаків та аерокосмічних систем.

### Перелік літератури

1. Штейнберг Р. И. Максимальная скорость на поверхности крылового профиля при околозвуковых скоростях / Р. И. Штейнберг // Труды ЦАГИ. – Вып. 1931. – М., 1978. – С. 3–15.
2. Лифшиц Ю. Б. Способ определения положения скачка уплотнения на крыловом профиле / Ю. Б. Лифшиц, Р. И. Штейнберг // Труды ЦАГИ. – Вып. 1577. – М., 1974. – С. 13–19.
3. Гошек И. Аэродинамика больших скоростей / И. Гошек. – Москва: ИЛ, 1954. – 547 с.
4. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика / Г. Н. Абрамович. – М.: Наука, 1976. – 888 с.
5. Сафронов А. В. Аэродинамическое воздействие скачков уплотнения на колеблющийся в околозвуковом потоке элерон / А. В. Сафронов // Ученые записки ЦАГИ. – Т. XXII. – № 3. – М., 1991. – С. 110–117.
6. Левкин В. Ф. Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик поверхностей управления при трансзвуковых скоростях / В. Ф. Левкин // Труды ЦАГИ. – Вып. 2132. – Москва, 1982. – 16 с.
7. Свищев Г. П. Эффективность руля и шарнирные моменты его при больших скоростях / Г. П. Свищев // Труды ЦАГИ. – Вып. 1722. – Москва, 1975. – 10 с.
8. Сафронов А. В. Условия возникновения автоколебаний аэродинамических поверхностей управления при безотрывном обтекании околозвуковым потоком газа / А. В. Сафронов // Проблемы прочности. – № 2. – К., 1990. – С. 50–55.
9. Аэродинамика летательных аппаратов при трансзвуковых скоростях. – Ч. I. – М.: Обзоры. Переводы. Рефераты // ЦАГИ. – № 441. – 1974. – 140 с.
10. Аэродинамика летательных аппаратов при трансзвуковых скоростях. – Ч. II. – М.: Обзоры. Переводы. Рефераты // ЦАГИ. – № 442. – 1974. – 161 с.
11. Сафронов О. В. Адаптована математична модель оцінки збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків на трансзвукових швидкостях польоту / О. В. Сафронов, О. М. Неділько, В. О. Сафронов // Збірник наукових праць ЦВСД НУОУ. – № 3 (52). – К., 2014. – С. 28–33.
12. Назаренко В. В. Экспериментальное определение переменного давления на элероне при установившихся автоколебаниях / В. В. Назаренко // Труды ЦАГИ. – Вып. 1541. – Москва, 1973. – 11 с.