УДК 623.4.011

П. П. Чабаненко,
доктор військових наук, професор,
провідний науковий співробітник
Центрального науково-дослідного інституту
озброєння та військової техніки Збройних Сил України,
заслужений діяч науки і техніки України

Закономірності та особливості оцінювання ефективності систем у бойових діях за ймовірнісними моделями

Проведений аналіз умов використання асимптотичних моделей ефективності систем у бойових діях на основі принципу Колмогорова. Виділені особливості обґрунтування показника ефективності системи, що не формалізуються, та запропоновані рекомендації з їх урахування. Розглянутий випадок невідповідності закону великих чисел такому тривалому протистоянню сторін, яке складається з багатьох слабко залежних рівносильних бойових епізодів.

Ключові слова: бойові дії, системи озброєння, оцінювання ефективності, принцип Колмогорова, закон великих чисел, теорія ймовірностей.

Природний характер міри ефективності системи озброєння (операції) може ввійти в протиріччя із суб'єктивними інтересами й мотивами. Підтвердженням цього є історичні приклади, що свідчать про особливу критичність завдань оцінювання ефективності систем у військовій галузі до обґрунтування показника кількісної міри цієї їх властивості. Зазначене протиріччя успішно вирішується поєднанням адекватного теоретичного методу для формалізації досліджуваного процесу і творчого підходу до обліку впливаючих чинників, що не формалізуються. Особливе значення мають усвідомлене виокремлення головної мети системи з кількох альтернативних цілей і вдале співвідношення строгої наукової моделі фактичному процесові.

Характерний приклад відхилення від плідного підходу до оцінювання стану зразків озброєння – багатократне продовження їх терміну служби на основі оцінки працездатності без комплексного визначення показника ефективності. Навіть при незмінному стані надійності виробів їхня ефективність знижується через розвиток засобів протидії ним та ураження (чинник «морального старіння»). Установка на мінімізацію ресурсних витрат на шкоду вдосконаленню озброєння та військової техніки і способів їх бойового застосування викликали потік досліджень з тематики «в умовах обмеженого фінансування» (фактично – його відсутності). І який результат?.. Відмітимо також захоплення модним апаратом дослідження можливостей – теорією нечітких множин там, де її застосування не прогнозувалося навіть її автором Л. Заде. У замаскованому вигляді замість відображення думок експертів високого класу у функціях належності малася на увазі абстракція або, наприклад, думка міністра оборони «від казначейства».

Водночас регулярно підтверджується плідність імовірнісних методів, адекватне застосування яких приводить до нетривіальних корисних рекомендацій. Аналітичні моделі теорії ймовірності передбачені для граничних умов. Тому їх співвідношення реальним процесам спирається на кардинальні принципи, розуміння відмінностей в умовах базових теорем і споріднену військовому мистецтву інтерпретацію. Розглянемо їх в аспекті ефективності військових систем (операцій).

1. Принцип відповідності показника ефективності системи її меті, оцінювання за ймовірністю та в середньому

Основна властивість системи зброї (операції) – ***ефективність***, визначена як здатність досягати мети. Чисельна міра цієї властивості – природний показник W ефективності системи (використовуються й терміни *головний, повний, абсолютний*). Кардинальне *правило підходу до оцінювання ефективності систем* сформулював А. М. Колмогоров, вказавши на ***об'єктивний*** характер показника ефективності (ПЕ) у сенсі його відповідності меті системи. Принцип відповідності вимагає виявлення ПЕ, виходячи з ***мети*** системи, на відміну від суб'єктивного його призначення. На прикладі системи стрільби, результат X застосування якої – збиток, завданий противнику, А. М. Колмогоров виділив [1] дві типові, в певному значенні крайні, ситуації. Розглянемо їх стосовно розширеного класу систем.

Ситуація 1. *Якщо обґрунтовано встановлена визначена подія А, при появі якої досягається мета системи, то об'єктивним показником її ефективності W може бути ймовірність P цієї події (ймовірнісна оцінка: $W = P$).*

У цій ситуації використанню системи співвідносяться два можливі результати: поява події A або її непоява $\bar{A}$. Їм співвідноситься характеристична випадкова величина E, яка підпорядковується розподілу Бернуллі

$$E = \begin{cases} 1 \quad \text{при } A \text{ з імовірністю } P, \\ 0 \quad \text{при } \bar{A} \text{ з імовірністю } 1 - P \end{cases} \tag{1}$$

Закон розподілу випадкової величини – повна її характеристика. У законі (1) лише один параметр (P), за ним і природно оцінювати ефективність системи: $W = P$.

До такої ситуації зводиться задача, якщо в області G існування результату X застосування системи обґрунтовано виділяється певна область G_1 досягнення мети. Якщо X – вектор розмірністю $r > 1$, то межі G_1 просторові, а при $r = 1$ частковим випадком є порогова постановка задачі оцінювання ефективності системи з показником

$$P = P(X > x_{\text{п}}). \tag{2}$$

Наочний приклад імовірнісного оцінювання – оцінювання системи наведення протикорабельної ракети (ПКР) на надводний корабель (НК) методом сіток розподілу ймовірностей, на які накладається зображення контуру НК [2, с. 365]. Контур НК обмежує область досягнення мети цією системою. У таких випадках функція ефективності, яка пов'язує результат використання системи з досягненням нею мети, повністю визначена, оскільки визначена конкретна подія A в (1). Має місце тільки *статистична* невизначеність через випадковий характер збитку. Імовірність P у задачах дослідження операцій часто називають імовірністю успіху.

Ситуація 2. *Якщо оцінюється одна з багатьох подібних систем і ясно, що чим більший (менший) її внесок у загальний результат, тим краще, то об'єктивним показником ефективності цієї системи є математичне очікування $m_x = M[X]$ результату X її використання (оцінка в середньому: $W = m_x$).*

Відмінність від ситуації 1 тут у тому, що вплив випадкової величини X доповнюється невизначеністю іншого роду – *незнанням* зв'язку результату використання системи з досягненням мети. Математичне відображення цього зв'язку – функція умовної ефективності системи. Про цей зв'язок відомо лише зростаючий його характер: *чим більше (менше), тим краще*.

Сформульоване в ситуації 2 правило базується на *законі великих чисел* (ЗВЧ), який об'єднує групу теорем про *збіжність* середнього арифметичного $S^* = (X_1 + \ldots + X_n)/n$ послідовності n випадкових величин X_i до межі при $n \to \infty$.

А. Я. Хинчин довів, що *середнє арифметичне* незалежних однаково розподілених випадкових величин з кінцевим однаковим математичним очікуванням m_x кожна при $\xi > 0$ і $n \to \infty$ сходиться до m_x, що можна записати як

$$\lim_{n \to \infty} P\left\{\left|S^* - m_x\right| < \xi\right\} = 1. \tag{3}$$

Практично це означає, що для *кожного окремо взятого великого n* випадковий середній збиток S^*, що завдається противнику при незалежних застосуваннях системи (комплексу) зброї в близьких умовах, поводить себе майже як невипадкове, концентруючись біля математичного очікування m_x збитку X противнику від однократного її застосування. Однак справедливість такої збіжності за *ймовірністю* в кожному, але окремо взятому n не заперечує появи численних великих відхилень середнього S^* від m_x при значному $n > n_0$, а при $n \to \infty$ їх число не обмежене. Тому ЗВЧ у формі (3) названий *слабким*. Сумісне виконання твердження (3) для всіх значних n, які перевищують велике n_0, першим установив А. М. Колмогоров із загальним висновком про збіжність із *імовірністю* ***одиниця***, коли

$$P\left\{\lim_{n \to \infty}\left|S^* - m\right| = 0\right\} = 1 \tag{4}$$

за додаткової умови обмеженості впливу дисперсій σ_i^2 величин X_i на розсіювання їх суми у вигляді

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 / i^2 < \infty. \tag{5}$$

Твердження (4) означає, що при всіх значних $n > n_0$ достовірне збереження малості різниці $\left|S^* - m_x\right|$. ЗВЧ у формі (4) названий *посиленим* і поширений також на послідовність величин X_i з різними розподілами (у цьому випадку $m_x = (m_1 + m_2 + \ldots m_n)/n$, де m_i – математичне очікування величини X_i). Збіжність із імовірністю 1 називають також *збіжністю майже всюди* (*майже напевно*). Посилений ЗВЧ проявляється при значно більших n, ніж слабкий. Це потрібно враховувати.

2. Збіжність частоти ураження цілі до її ймовірності

Якщо реальній схемі багаторазового застосування зброї відповідають випробування Бернуллі з імовірністю p появи події A – ураження цілі в одному випробуванні, то середнє арифметичне числа уражених цілей за n одноразових застосувань цієї зброї збігається з його частотою P^*, математичне очікування якої $m = np/n = p$.

Із ЗВЧ у формі (3) Хинчина випливає збіжність за *імовірністю* частоти P^* до імовірності p, коли при кожному окремому великому n існує межа

$$\lim_{n\to\infty} P\left\{\left|P^* - p\right| < \xi\right\} = 1,\ \ \xi > 0. \qquad (6)$$

Цей важливий випадок *слабкого* ЗВЧ уперше довів Я. Бернуллі. *Посилений* варіант доведення дав Е. Борель: частота P^* з *імовірністю одиниця* сходиться до ймовірності p (тобто для всіх значних n, узятих разом) та, згідно із (4), записується як:

$$P\left\{\lim_{n\to\infty}\left|P^* - p\right| = 0\right\} = 1. \qquad (7)$$

Крім того, за теоремою Пуассона, в n незалежних дослідах з імовірністю p_i поява події A в i-му досліді при $n \to \infty$ частота P^* появи цієї події сходиться за *ймовірністю* до середньої ймовірності $(p_1 + p_2 + \ldots + p_n)/n$. Тому в тривалих бойових діях у різних комплексах умов можна очікувати концентрації частоти уражених однотипною зброєю цілей близько ймовірності ураження цілі, усередненої по всій групі комплексів умов [3, с. 297].

3. Складність усвідомлення мети

Принцип Колмогорова про відповідність ПЕ меті системи орієнтує на його ***виявлення*** як об'єктивної, природної міри її здатності досягати мети. Мета – системоутворюючий фактор, вона поза системою, – це те, до чого система прагне. Мета може ставитися органом (особою) прийняття рішення, наділеним цим правом, але не правом на помилки. А вони можливі. Помилки в замислі як операції, так і системи зброї зводять нанівець усі зусилля з їх реалізації як засобу досягнення успіху, оскільки спотворюють, підміняють його сутність.

Наведемо яскравий історичний приклад впливу різного розуміння флотоводцями цілей морської кампанії на її результат [4].

Приклад 1. У травні 1794 р. під загрозою голоду Франція, будучи відрізаною від зовнішнього світу союзними військами на суші, при повному пануванні Великої Британії на морі, направила ескадру з 25 лінкорів під командуванням адмірала Вілларе для зустрічі та проведення каравану (130 суден з продовольством і всього п'ять кораблів конвою), який ішов з Вест-Індії. Мету Вілларе поставив Робесп'єр, попередивши, що той утратить голову, якщо караван потрапить до рук Британії, чий флот крейсував на ймовірних шляхах каравану французів.

Британська ескадра з 26 лінкорів під командуванням лорда Хоу, котра перевершувала французів у морській справі та майстерно володіла артилерією, кинулась у погоню. Хоу переслідував подвійну мету: перехопити караван і примусити флот французів до битви, але вважав при цьому битву важливішою.

Французький адмірал обрав курс, який розходився з курсом каравану, відволікаючи від нього британців. Він очікував на атаки, але всіляко відтягував їх. Англійці прагнули до зближення, майстерно маневрували й атакували, нав'язали бої 28 и 29 травня та битву 1 червня. Французька сторона зазнала великих втрат: британцями був захоплений кожен третій корабель, інші були розсіяні й здебільшого небоєздатні. Здавалося б, результат для французів катастрофічний... Але Вілларе так не вважав. Рештки своєї ескадри він підтягнув до очікуваного місця зустрічі з караваном, і 14 липня вони увійшли у тріумфуючий Брест. Так закінчилася ця кампанія. Адмірал Вілларе згодом згадував, що втрата кораблів була для нього порівняно не важливою справою: *«Я рятував караван і врятував свою голову»*.

Приклад 2. Якщо принцип відповідності порушений, то висновки про систему базуються на неприродному показнику й із цієї причини можуть виявитися докорінно неправильними. Так, при оцінюванні доцільності встановлення зенітної гармати на англійських торговельних суднах під час Другої світової війни ефективність оцінювалася за математичним очікуванням збитку противнику, яке становило близько 4% збитих його літаків від числа атакуючих. При цьому не окупалися навіть витрати на установку цієї зброї. На щастя, знайшовся фахівець, який звернув увагу на те, що мета припиненої програми – не ураження ворожих літаків, а збереження своїх транспортів. Математичне очікування збитку, який завдається противником, у разі установки гармат знижувалось у 2,5 раза (з 25% до 10%). Програма була успішно реалізована. Цей історичний приклад – яскраве підтвердження важливості принципу Колмогорова.

Обидва приклади свідчать про складність виявлення адекватної мети в альтернативних ситуаціях процесів протиборства сторін та про критичність точки протиріччя «збиток, який завдається супротивнику, або запобігання збитку собі» для виявлення справжньої мети.

Адекватному виявленню мети сприяє правильне визначення *головного об'єкта дії* озброєння і техніки. Автор книги [5, с. 3] відмічає, що «основним способом дій сил у морському бою є нанесення одночасного масованого удару по головному об'єкту, ураженням якого досягається вирішення поставленої бойової задачі».

У деяких випадках головний об'єкт удару усвідомлюється просто. Так, якщо морська десантна операція противника націлена на оволодіння важливим портом, а його десантний загін містить великий десантний корабель (ВДК), кораблі й судна сил висадки, то головний об'єкт удару для протидесантної операції – ВДК, оскільки його ураження зриває висадку десанту і вторгнення противника. Це вимагає створення комплексів зброї з ПКР, котрі мають властивість вибіркового ураження морських цілей. За сучасних умов стрільба залпами ПКР по десантному загону або корабельному угрупованню противника без вибіркового ураження головних цілей не має сенсу.

4. Абсолютне та порівняльне оцінювання ефективності систем

Випадкові величини, які підлягають різним законам розподілу, не стають еквівалентними від збігу їх математичних очікувань. Повною характеристикою будь-якої випадкової величини є закон її розподілу. Тому в ролі повного показника ефективності системи при невідомій функції ефективності об'єктивно виступає розподіл результату її використання. Те, що це функція, а не число, – не причина для відмови від її використання.

Якщо відомі щільність імовірності $f(x)$ розподілу результату X та умовна ефективність $E(x)$ системи при $x \in X$, то повний ефект від її застосування

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)E(x)dx \qquad (8)$$

є аналогом середнього ризику за Баєсом ($W = \bar{E}$).

Використання (8) є, по суті, переходом від рівня результату X до рівня ефективності системи. Його можна використати і для характеристики внеску оцінюваної системи в ефективність суперсистеми (надсистеми), в інтересах якої вона застосовується.

Приймемо $E(x) = cx^2$ при позитивній $c = const$. Тоді з (8) маємо

$$W = c(m_x^2 + \sigma_x^2) = c\alpha_2, \qquad (9)$$

де σ_x^2 – дисперсія, а α_2 – другий початковий момент величини X.

У цьому випадку порівняння систем за *абсолютною* ефективністю слід здійснювати за зваженим другим початковим моментом $c\alpha_2$. А оскільки $c = const$, то *порівняльне* оцінювання систем по α_2 приведе до рішення на користь тієї самої системи, що й по $c\alpha_2$. При невідомій c значення абсолютних оцінок ефективності систем залишаються невідомими. Як $E(x)$ можуть виступати й інші функції. У випадку лінійної функції $E(x) = ax + b$ з постійними a і b з (8) випливає $W = am_x + b$ як показник абсолютної ефективності системи й лише при $a = 1$ та $b = 0$ у цій ролі виступає математичне очікування m_x результату застосування системи. Тому математичне очікування m_x результату застосування системи ***не є універсальною характеристикою*** ефективності системи.

Отримати достовірну функцію умовної ефективності для військових систем (комплексів) важко та витратно. Так, установлення лише параметра r_0 закону ураження повітряної цілі бойовим зарядом зенітної ракети при відомій функції цього закону $\exp(-r^2/2r_0^2)$ від промаху r ракети, потребує проведення дорогих полігонних серій випробувань. Побудова закону ураження крейсера фугасно-кумулятивною бойовою частиною ПКР експериментальним методом нереальна. Зазначені закони ураження і є умовними функціями ефективності, але в багатьох практичних випадках вони невідомі. У ситуації 2 вважається, що невизначеність функції ефективності системи (операції) долається граничним переходом згідно із ЗВЧ. У всіх формах цього закону розглядається сума S випадкових величин. Математичне очікування m_s і дисперсія σ_s^2 суми незалежних випадкових доданків з відповідними моментами m_i, σ_i^2 складають

$$m_s = \sum_{i=1}^{n} m_i, \quad \sigma_s^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2. \qquad (10)$$

Як бачимо, невизначеність сумарного результату S тим більша, чим більше n, оскільки при цьому збільшується його розсіювання, що характеризується дисперсією. Інакше: збіжність середнього арифметичного до математичного очікування не означає стягування $f(x)$ розподілу збитку в точку. Тому при оцінюванні *абсолютної* ефективності системи слід ураховувати закон розподілу сумарного результату або хоча б його дисперсію [6, с. 21], а не лише математичне очікування.

Наприклад: критичним, при інших рівних властивостях, для водія ритму серця є довговічність – здатність виконувати свою функцію до стану неприпустимості через небезпеку здоров'ю. Водіїв ритму серця треба багато, тому вибір із альтернативних варіантів природно проводити по математичному очікуванню m_t часу його використання. Але при великій дисперсії σ_t^2 цей час нерідко буде малим, що неприйнятно.

Перехід до розподілу сумарного збитку противнику заснований на центральній граничній теоремі (ЦГТ), що встановлює асимптотичну (при $n \to \infty$) збіжність до нормального закону розподілу суми S взаємно незалежних і різнорозподілених n випадкових величин X_i з кінцевими моментами m_i та співмірними σ_i^2 (умови Ліндеберга). Установлено [7, т. 2, с. 302], що ці умови гарантують для будь-якого позитивного ξ та достатньо великих n здійснимість усіх нерівностей $\sigma_i/\sigma_s < \xi$, тобто близькість (порівнянність) малого впливу ***розсіювання*** кожного доданка на ***розсіювання їхньої суми***[1]. Виконання саме цієї умови має перевірятися.

Розуміння умов ЦГТ ускладнюється відомою властивістю групи *стійких* розподілів – *відтворюваності* розподілу випадкових доданків розподілом їхньої суми. Згідно із ЦГТ, прогнозується нормалізованість розподілу суми випадкових доданків, у тому числі й підлеглих стійким розподілам, але з огляду на стійкість розподіл суми зберігається при будь-якому числі доданків. Розгадка у прагненні до нормального закону стійкого розподілу суми через збільшення при $n \to \infty$ відповідного його параметра.

Таким чином, якщо число незалежних доданків достатньо велике, а їхні розсіювання співмірні, то розподіл суми близький до нормального, і можливе не лише порівняльне, а й абсолютне оцінювання ефективності конкурентних систем за повними характеристиками – законами розподілу сумарного збитку супротивнику.

[1] На практиці слово «розсіювання» часто випускається, що перекручує зміст.

5. Пониження рівня показників ефективності системи

Мету системи буває важко так сформулювати, щоб вона очевидним чином проявляла природний показник ефективності. Це особливо характерно для систем зв'язку й телекомунікаційних систем з огляду на те, що вони по суті багатоцільові (забезпечують різних користувачів у різноманітних ситуаціях), та організаційно-технічних систем, які вирішують багато інформаційно-управляючих задач. У таких випадках може виявитися корисним пониження рівня оцінювання системи на рівень *визначальних* (*домінуючих*) її властивостей зі співвіднесенням їм часткових показників.

Якщо розробляється або вдосконалюється процес функціонування (ПФ) системи, то добре зарекомендувало себе сумісне врахування здатності системи виконувати ПФ правильно (безпомилково) та швидко (своєчасно). Коли присутня упевненість в успішному вирішенні поставлених задач *безпомилковим* і *своєчасним*[2] виконанням ПФ, природна оцінка за ймовірністю сумісної появи цих подій [8]:

$$P_{БС} = P_Б P_{С/Б}\,, \tag{11}$$

де $P_Б$ – імовірність безпомилкового вирішення задачі, $P_{Б/С}$ – умовна ймовірність своєчасного її вирішення за умови безпомилкового завершення.

При цьому слід обґрунтувати припустимий (пороговий) час $t_П$ завершення процесу. Складність цього завдання долається природним чином у таких випадках:

- процес здійснюється за єдиним замислом і планом;
- системи діють за встановленим розкладом;
- визначальною є фізично обґрунтована норма темпу роботи персоналу (екіпажів, бойових розрахунків).

У цих випадках необхідно також мати умовну функцію розподілу $F(t/Б)$ часу безпомилкового вирішення задачі, оскільки

$$P_{БС} = P_Б F(t_П/Б). \tag{12}$$

За цих умов пониженням рівня оцінювання вдається перейти до ситуації 1 визначеності події, співвіднесеного поняттю *успіх*. Якщо ж обмеження на час рішення задачі видається суб'єктивним та сумнівним, то залишається оперувати декількома показниками: імовірністю безпомилкового вирішення задачі й миттєвими характеристиками витрат часу та іншого ресурсу. Ця ситуація виявляється комбінацією двох типових, розглянутих А. М. Колмогоровим у [1]. Компромісне її вирішення запропоноване в [9].

Постановка задачі оцінювання ефективності плану воєнно-морської операції щодо прогнозу збитку противнику або запобігання збитку своїм силам може бути дуже складною. У цій самій ситуації методично простішою та психологічно переконливішою може бути постановка задачі оцінювання взаємодії всіх сил та засобів, що плануються. Безпомилковим та оперативним виконанням відповідного плану досягається мета операції. При цьому, на відміну від відомого методу бойових потенціалів, основний акцент порівняльного оцінювання варіантів плану операції робиться не на кількості *«еквівалентних»* бойових одиниць зброї та техніки, а на структурі процесу, способах і прийомах бойового застосування фактичної різнотипної їх наявності. У боротьбі із сильним противником не завжди програє сторона з меншим бойовим потенціалом. Несподіваний і стрімко виконуваний замисел з безпомилковою, точною взаємодією сил та концентрованим застосуванням наявних засобів по вразливих місцях противника можуть зробити вирішальний вплив на результат операції. Творча складова плану операції – справа командира та його штабу. Застосування методології [8] опису процесу, що планується, з типових граф-моделей та його оцінювання в показниках безпомилкового і своєчасного завершення – корисна підмога в моделюванні конкурентних варіантів проведення операції та виборі з них переважного.

6. Результативність багаторазових рівносильних бойових епізодів у тривалому протиборстві сторін

Якщо ведення бойових дій складається з великого числа дрібних бойових епізодів та серій використання зброї, то з досягненням мети звичайно пов'язують появу декількох успіхів, оцінюючи ймовірність цієї події за біноміальним законом

$$P_n(y) = C_n^y p^y q^{n-y}\,,\; y \ge 0\,, \tag{13}$$

де y – число успіхів у серії n випробувань з математичним очікуванням $m_y = np$ і дисперсією $\sigma_y^2 = npq$, $y \in Y$; p – імовірність успіху в одному випробуванні, $q = 1 - p$.

У тривалому протиборстві сторін випадкове число бойових епізодів не фіксується. Тому переважніше скористатися розподілом часу очікування (у числі випробувань) до необхідного числа успіхів – розподілом Паскаля:

$$P_y(n) = C_{n-1}^{y-1} p^y q^{n-y},\; n > 0 \tag{14}$$

з математичним очікуванням $m_n = y/p$ і дисперсією $\sigma_n^2 = yq/p^2$, $n \in N$.

Однак оцінювання систем за показником (14) повинне доповнюватися врахуванням припустимості невдач, що в низці практичних задач зробити складно. До появи заданого числа успіхів число невдач $h = n - y$ може виявитися неприйнятним.

У прагненні здолати противника важливіше домогтися потрібної переваги s успіхів y над невдачами h, використовуючи як показник імовірність появи цієї події на кроці n:

[2] Своєчасність вирішення задачі, як правило, оцінюється, а стосовно безпомилковості, на жаль, кількісне оцінювання частіше залишається без належної уваги.

$$P_s(n) = q^{-s}\frac{s}{n}C_n^y(pq)^y, \quad (15)$$

де $y = (n + s)/2$, $n \geq s$, $n \in N$; $s = y - h$.

Для випадку, коли $p = q$ (рівні шанси сторін у кожному незалежному епізоді), граничне твердження [7, т. 1, с. 108] виявляється несподівано відмінним від розглянутих вище традиційних, а саме

$$\lim_{s\to\infty} P(T/s^2 < \tau) = 2[1 - \Phi^*(1/\sqrt{\tau})], \quad (16)$$

де $\Phi^*(1/\sqrt{\tau})$ – нормальна функція розподілу, але не від $t \equiv n$, а від $\tau^{-1/2}$, тому праворуч – розподіл, який не збігається з нормальним законом.

Похідна від правої частини (16) дає щільність імовірності нормованого за s^2 часу першого досягнення стану $s = y - h$ при $s \to \infty$:

$$f(\tau) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\tau^3}}e^{-1/2\tau}, \quad \tau = t/s^2. \quad (17)$$

Це *односторонній стійкий розподіл з показником 1/2*. **Математичного очікування він не має**. Йому підпорядковується тривалість викиду за фіксований рівень $s_0 = const$. Графік щільності (17) наведений на *рисунку 1*. Звертає на себе увагу довгий хвіст праворуч, що свідчить про реальну можливість появи великих і навіть дуже великих значень часу T першого досягнення заданого стану – переваги s_0.

Рис. 1. Щільність часу першого досягнення заданого стану $s = y - h$ при $p = q$

У локальному тривалому конфлікті з рівносильним противником, який, проте, має великі ресурси, не слід розраховувати на багаторазові успішні просування, але реально ставити задачу утримання досягнутого рівня s_0. Інтуїтивно в процесі такого утримання здаються найбільш правдоподібними часті повернення на фіксований рівень s_0, оскільки $p = q$ з невеликими відхиленнями від нього, коли тривалості τ викидів невеликі (при відхиленнях ± 1 τ мінімальна). Інші реалізації процесу видаються малоймовірними (*рис. 2*).

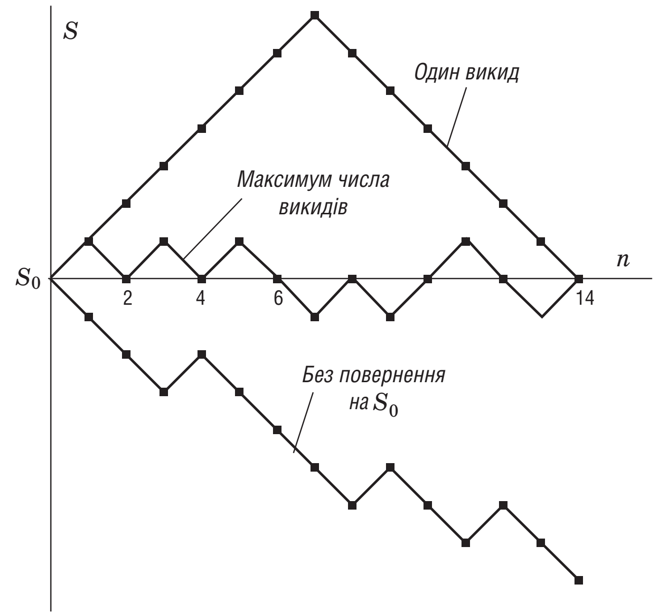

Рис. 2. Варіанти реалізації тривалого протистояння сторін, яке складається з багаторазових рівносильних бойових епізодів

Тривалість викиду за рівень s_0 випадкова і підпорядковується розподілу (17), а оскільки він стійкий, то для суми r тривалостей викидів $T_\Sigma = T_1 + \ldots + T_r$ справедливе ідентичне (16) при $r \to \infty$ наближення

$$P\{T_\Sigma / r^2 < \tau\} \approx 2[1 - \Phi^*(1/\sqrt{\tau})]. \quad (18)$$

Проведений аналіз свідчить, що подію, ймовірність якої оцінюється, можливо записати трьома способами:

$$1)\ T_\Sigma < r^2\tau, \quad 2)\ \frac{1}{r}T_\Sigma < r\tau, \quad 3)\ \frac{1}{r}(\frac{1}{r}T_\Sigma),$$

віднесеними: до самого сумарного часу, до середнього арифметичного часу викиду, до усередненого середнього арифметичного. Звідси випливають несподівані висновки, котрі суперечать інтуїції та помилково встановленій думці про закон великих чисел як універсальне явище:

- сума T_Σ незалежних однаково розподілених доданків не лінійно, а ***квадратично*** пов'язана із числом r доданків;
- середнє арифметичне ***зростає*** лінійно разом зі збільшенням числа r випробувань;
- стабілізується (сходиться при $r \to \infty$) не середнє арифметичне, а ***усереднене середнє*** числа випробувань.

Парадоксальність цих граничних властивостей не спростовує ЗВЧ, оскільки випадкові тривалості даної послідовності не мають математичного очікування, а їхнє існування – необхідна умова ЗВЧ. По суті, ці властивості аналогічні ЗВЧ і ЦГТ, проявляються в необмеженій послідовності випадкових величин, але за іншого комплексу умов. Це відомо в теорії, але, як правило, вислизає з уваги на практиці.

Виявляється, середнє арифметичне тривалості утримання переваги в багаторазових рівноцінних бойових епізодах не стабілізується, а зростає разом із тривалістю бойових дій. Утримання лідерства в сумарній успішності може бути дуже тривалим, порівнянним із тривалістю всіх бойових дій. При незалежності бойових епізодів процес зворотний, і все зазначене справедливе і стосовно противника. Теоретична схема не має переваг, передбачаючи можливість тривалого програшу так само, як і тривалого виграшу. Якщо характер бойових дій близький до розглянутої ймовірнісної схеми багаторазових рівносильних дрібних бойових епізодів, то закономірна не часта зміна лідера в успішності, а тривале, навіть затяжне лідирування однієї сторони. Його слід використовувати з відповідної позиції для посилення морально-психологічного, тактико-технічного стану своїх сил та всебічного їх забезпечення з метою переходу до активних бойових дій, на відміну від розрахунку на сліпий випадок.

Висновки

1. Принцип А. М. Колмогорова про відповідність показника ефективності системи її меті – надійна основа підходу до оцінювання ефективності систем (комплексів) озброєння, що мають визначене призначення. Розглянуті А. М. Колмогоровим дві типові ситуації базуються на законі великих чисел у його слабкій та сильній формах, але не вичерпують проблематику постановки задач оцінювання ефективності воєнних систем у реальних умовах.

2. Важливість урахування неформалізованих факторів, що ускладнюють виявлення природного показника ефективності систем озброєння та військової техніки, а також операцій і бойових дій, підтверджується історичними прикладами та вимагає встановлення адекватності застосованої теоретичної схеми реальному процесу збройної боротьби. Стосовно низки факторів сформульовані методичні рекомендації, які будуть корисні при постановці задачі оцінювання ефективності замислу операцій та бойових дій.

3. Розглянуто випадок невідповідності теорем про закон великих чисел умовам тривалого протистояння сторін, якщо воно складається з багаторазових незалежних (слабо залежних) рівносильних бойових епізодів, коли стабілізується не середнє арифметичне часу сумарної переваги над противником, а його усереднене середнє арифметичне. При цьому, всупереч сподіванням, час досягнення та час утримання необхідної (навіть невеликої) переваги однієї зі сторін може виявитися надзвичайно великим.

Перелік літератури

1. *Колмогоров А. Н.* Число попаданий при нескольких выстрелах и общие принципы оценки эффективности систем стрельбы // Труды Математического института им. В. А. Стеклова. – 1945. – Вып. 12.

2. *Ганин М. П.* Теория вероятностей и исследование операций в задачах эксплуатации и боевого применения вооружения и военной техники / М. П. Ганин, Н. Г. Кузнецова. – Ч. II. – СПб. : ВМА им. Н. Г. Кузнецова, 1997. – 467 с.

3. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей : учебник. – М. : Высшая школа, 2001. – 575 с.

4. *Мэхэн А. Т.* Влияние морской силы на Французскую революцию и Империю. – М. : АТС; СПб. : Ferra Fantastica, 2002. – Т. 1 : 1793–1802. – 573 с.

5. *Алексеев В. П.* Морской бой: скрытность и внезапность. – М. : Военное издательство, 1991. – 192 с.

6. *Вентцель Е. С.* Исследование операций. – М. : Сов. радио, 1972. – 552 с.

7. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения / пер. с англ. Ю. В. Прохорова. – М. : Мир, 1984. – Т. 1. – 528 с.; Т. 2. – 751 с.

8. *Чабаненко П. П.* Исследование безопасности и эффективности функционирования систем человек-техника эргосетями. – Севастополь : АВМС им. П. С. Нахимова, 2012. – 162 с.

9. *Чабаненко П. П.* Сравнительная оценка эффективности организационно-технических систем государственной пограничной службы // Зб. наук. праць. – Хмельницький : Нац. академія ДПС України ім. Б. Хмельницького, 2005. – № 31. – Ч. ІІ. – С. 26–30.